

2015年1期1日目第1問

1 次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ。

 (1) $x = \frac{4-\sqrt{7}}{3}$ のとき、次の式の値を求めよ。

$$(1) \frac{1}{x} = \frac{3}{4-\sqrt{7}}$$

$$(i) x + \frac{1}{x} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{2}} \frac{8}{3}$$

$$= \frac{3(4+\sqrt{7})}{(4-\sqrt{7})(4+\sqrt{7})}$$

$$(ii) x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{4}} \frac{46}{9}$$

$$= \frac{4+\sqrt{7}}{3}$$

$$(iii) \left(x - \frac{1}{2x}\right)^2 + \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{\boxed{5}}{\boxed{6}} \frac{79}{18}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \frac{4-\sqrt{7}}{3} + \frac{4+\sqrt{7}}{3} = \frac{8}{3}$$

 (2) $|6x-4| < 8$ の解は $-\frac{\boxed{7}}{\boxed{8}} \frac{2}{3} < x < \frac{\boxed{9}}{\boxed{2}}$ である。

$$(ii) x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

$$= \frac{46}{9}$$

$$(iii) (\text{与式}) = x^2 + \frac{1}{4x^2} - 1 + \frac{x^2}{4} + \frac{1}{x^2} - 1$$

$$= \frac{5}{4}x^2 + \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{x^2} - 2$$

$$= \frac{5}{4} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2$$

$$= \frac{5}{4} \cdot \frac{46}{9} - 2$$

$$= \frac{79}{18}$$

$$(2) |6x-4| < 8 \iff -8 < 6x-4 < 8$$

$$\iff -8 < 6x-4 \quad \text{かつ} \quad 6x-4 < 8$$

$$\iff x > -\frac{2}{3} \quad \text{かつ} \quad x < 2$$

$$\iff \underline{-\frac{2}{3} < x < 2}$$