



2016年文系第5問

5  $n$  を2以上の自然数とする。次の問いに答えよ。

(1) 変数  $x$  のデータの値が  $x_1, x_2, \dots, x_n$  であるとし、

$$f(a) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - a)^2$$

とする。  $f(a)$  を最小にする  $a$  は  $x_1, x_2, \dots, x_n$  の平均値で、そのときの最小値は  $x_1, x_2, \dots, x_n$  の分散であることを示せ。

(2)  $c$  を定数として、変数  $y, z$  の  $k$  番目のデータの値が

$$y_k = k \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

$$z_k = ck \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

であるとする。このとき  $y_1, y_2, \dots, y_n$  の分散が  $z_1, z_2, \dots, z_n$  の分散より大きくなるための  $c$  の必要十分条件を求めよ。

(3) 変数  $x$  のデータの値が  $x_1, x_2, \dots, x_n$  であるとし、その平均値を  $\bar{x}$  とする。新たにデータを得たとし、その値を  $x_{n+1}$  とする。  $x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}$  の平均値を  $x_{n+1}, \bar{x}$  および  $n$  を用いて表せ。

(4) 次の40個のデータの平均値、分散、中央値を計算すると、それぞれ、ちょうど40, 670, 35であった。

|     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 120 | 10 | 60 | 70 | 30 | 20 | 20 | 30 | 20 | 60 |
| 40  | 50 | 40 | 10 | 30 | 40 | 40 | 30 | 20 | 70 |
| 100 | 20 | 20 | 40 | 40 | 60 | 70 | 20 | 50 | 10 |
| 30  | 10 | 50 | 80 | 10 | 30 | 70 | 10 | 60 | 10 |

新たにデータを得たとし、その値が40であった。このとき、41個のすべてのデータの平均値、分散、中央値を求めよ。ただし、得られた値が整数でない場合は、小数第1位を四捨五入せよ。