

2015年 医学部 第3問

3  $t$  は実数で  $0 < t < \frac{\pi}{2}$  を満たすとする. 平面上に点  $O(0, 0)$ ,  $A(-1, 0)$ ,  $P(\cos t, \sin t)$ ,  $Q(1, \sin t)$  をとる. このとき以下の問いに答えよ.

- (1) 点  $A$  と点  $P$  を通る直線を  $l$ , 点  $O$  と点  $Q$  を通る直線を  $m$  とする. このとき  $l$ ,  $m$  の交点  $R$  の座標を求めよ.
- (2)  $t$  が  $0 < t < \frac{\pi}{2}$  の範囲全体を動くときに点  $R$  が描く曲線を  $C$  とする. このとき, 点  $(x, y)$  ( $x > 0, y > 0$ ) が  $C$  上にあるための条件を  $x, y$  の式で表せ.
- (3) 曲線  $C$  の点  $R$  における接線を  $n$  とする. ある  $t$  に対して直線  $l$ ,  $m$  がなす鋭角と直線  $m$ ,  $n$  がなす鋭角が等しくなる. この状況のもとで, 以下の問いに答えよ.
  - (i) 点  $P(\cos t, \sin t)$  の座標を求めよ.
  - (ii) 直線  $l$  と  $n$  のなす鋭角を  $\theta$  とおく. また, 点  $O$  を中心とし半径が  $1$  の円と直線  $n$  との  $2$  交点のうち,  $y$  座標が正の点を  $S(\cos \phi, \sin \phi)$  とおく. このとき,  $\theta = \phi$  を示せ.