

2014年医学部第2問

2 関数 $f(x) = \frac{3\sqrt{3}}{\sin x} - \frac{1}{\cos x}$ ($0 < |x| < \frac{\pi}{2}$) を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ の増減表を作成し、極値を求めよ。
(2) $f(x)$ の第2次導関数 $f''(x)$ は、3次式 $P(t) = t(2t^2 - 1)$ を用いて、

$$f''(x) = 3\sqrt{3}P\left(\frac{1}{\sin x}\right) - P\left(\frac{1}{\cos x}\right)$$

と表されることを示せ。また、 $0 < x_1 < x_2 < \frac{\pi}{2}$ のとき $f''(x_1) > f''(x_2)$ となることを示せ。

- (3) k を定数とするとき、方程式 $f(x) = k$ の異なる実数解は何個あるか。 k の値によって分類せよ。
(4) $y = f(x)$ の変曲点はただ1つ存在することを示せ。また、この変曲点が第何象限にあるか、調べよ。