

2011年工学域(中期)第3問

3 座標平面内において、楕円 $x^2 + \frac{y^2}{3} = 1$ の $x \geq 0, y \geq 0$ の部分の曲線を C とする。 $x_0 > 0, y_0 > 0$ とし、曲線 C 上に点 $P(x_0, y_0)$ をとり、点 P における曲線 C の法線を l とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 直線 l と x 軸との交点を $(x_1, 0)$ とするとき、 x_1 を x_0, y_0 を用いて表せ。
- (2) $x_0 = \cos \theta, y_0 = \sqrt{3} \sin \theta$ と表す。このとき、曲線 C と直線 l および x 軸とで囲まれた部分の面積 $S(\theta)$ を θ を用いて表せ。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。
- (3) θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき、(2) で求めた面積 $S(\theta)$ の最大値を求めよ。