

2015年 第2問

2 関数 $f(x) = x^2 - 2px + q$ は最小値 -4 をとるものとする。以下の間に答えよ。

- (1) q を p を用いて表せ。
 (2) $f(x) = 0$ となる x を p を用いて表せ。
 (3) $p > 0$ のとき、関数 $g(x) = |f(x)|$ ($-1 \leq x \leq 1$) の最小値を与える x を求めよ。

$$(1) f(x) = (x-p)^2 - p^2 + q$$

$$\therefore \text{最小値は } -p^2 + q = -4 \quad \therefore \underline{q = p^2 - 4} //$$

(2) $x^2 - 2px + q = 0$ より (1) の結果を代入して。

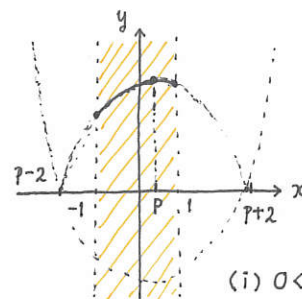
$$x^2 - 2px + (p+2)(p-2) = 0$$

$$\{x - (p+2)\}\{x - (p-2)\} = 0 \quad \therefore \underline{x = p-2, p+2} //$$

(3) (i) $0 < p < 1$ のとき

右のグラフより

最小値を与えるのは、 $x = -1$

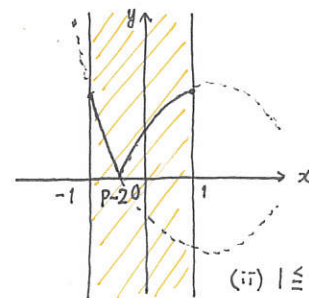


(i) $0 < p < 1$ のとき

(ii) $1 \leq p \leq 3$ のとき

右のグラフより

最小値を与えるのは、 $x = p-2$

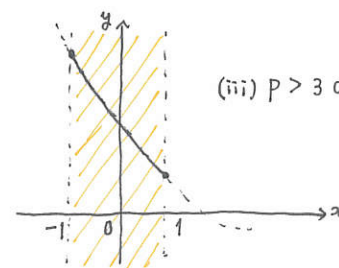


(ii) $1 \leq p \leq 3$ のとき

(iii) $p > 3$ のとき

右のグラフより。

最小値を与えるのは、 $x = 1$



(iii) $p > 3$ のとき

(i) ~ (iii) より。

$$\begin{cases} x = -1 & (0 < p < 1 \text{ のとき}) \\ x = p-2 & (1 \leq p \leq 3 \text{ のとき}) \\ x = 1 & (p > 3 \text{ のとき}) \end{cases} //$$