0002299630077999

福島大学

2014年 人文B 第1問

数理 石井K

1 次の問いに答えなさい．

(1) 定積分

$$\int_0^{2\pi} \sin\frac{7x}{3}\cos\frac{2x}{3}\,dx$$

を求めなさい．

積和の公式

$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\}$

$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\}$

$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\}$

(2) 次の無限級数の収束，発散について調べ，収束する場合はその和を求めなさい．

$$\frac{1}{2^2-1}+\frac{1}{4^2-1}+\frac{1}{6^2-1}+\cdots+\frac{1}{(2n)^2-1}+\cdots$$

(3) a を定数とする．x についての方程式

$$1-4\cos^2 x = a \quad (0 \leqq x < \pi)$$

の異なる解の個数を調べなさい．

(1) $(与式) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2}\left(\sin 3x + \sin\frac{5}{3}x\right)dx$

$= \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{3}\cos 3x - \frac{3}{5}\cos\frac{5}{3}x\right]_0^{2\pi}$

$= \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{3}+\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{3}{5}\right)$

$= \underline{\frac{9}{20}}$ //

(2) $S = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k)^2-1}$ とおくと，

$S = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$

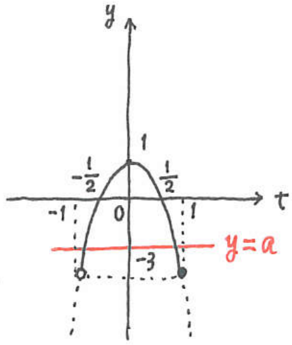
$= \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k+1}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)$

$\therefore \lim_{n\to\infty} S = \underline{\frac{1}{2}}$ //

(3) $t=\cos x$ とおくと，$-1<t\leqq 1$

$f(t)=1-4t^2$ とおくと $y=f(t)$ のグラフは右のようになる．



$\therefore$ 解の個数は

$\begin{cases} 2個 \ (-3<a<1 のとき) \\ 1個 \ (a=-3, 1 のとき) \\ 0個 \ (a<-3, 1<a のとき) \end{cases}$ —//