



2016年 第2問

2 1つのさいころを3回投げる。1回目に出る目の数、2回目に出る目の数、3回目に出る目の数をそれぞれ  $X_1, X_2, X_3$  とし、5つの数

$$2, 5, 2 - X_1, 5 + X_2, X_3$$

からなるデータを考える。以下の問いに答えよ。

- (1) データの範囲が7以下である確率を求めよ。
- (2)  $X_3$  がデータの中央値に等しい確率を求めよ。
- (3)  $X_3$  がデータの平均値に等しい確率を求めよ。
- (4) データの中央値と平均値が一致するとき、 $X_3$  が中央値に等しい条件付き確率を求めよ。

(1)  $1 \leq X_1, X_2, X_3 \leq 6$  より、

$$2 - X_1 < 2 < 5 < 5 + X_2 \quad \text{かつ} \quad 2 - X_1 \leq X_3 \leq 5 + X_2 \quad \cdots \textcircled{1}$$

よって、データの範囲は、 $X_3$  の値によらず、 $5 + X_2 - (2 - X_1) = X_1 + X_2 + 3$

$$\therefore X_1 + X_2 + 3 \leq 7 \iff X_1 + X_2 \leq 4$$

$\therefore (X_1, X_2) = (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)$  の6通り

$$\text{よって、求める確率は、} \frac{6}{6^2} = \frac{1}{6} \text{。}$$

(2) ①より、 $2 \leq X_3 \leq 5$  の4通り  $\therefore \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ 。

$$(3) \frac{2+5+(2-X_1)+(5+X_2)+X_3}{5} = X_3 \iff X_3 = \frac{14-X_1+X_2}{4}$$

~~~~~ 平均値

$$\therefore \frac{9}{4} \leq X_3 \leq \frac{19}{4} \quad \therefore X_3 = 3 \text{ または } X_3 = 4$$

$$X_3 = 3 \text{ のとき, } X_1 - X_2 = 2 \quad \therefore (X_1, X_2) = (3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)$$

$$X_3 = 4 \text{ のとき, } X_2 - X_1 = 2 \quad \therefore (X_1, X_2) = (1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6)$$

$$\text{以上の8通りなので, } \frac{8}{6^3} = \frac{1}{27} \text{。}$$

$$(4) (i) \text{ 中央値が2のとき, 平均値は, } \frac{14-X_1+X_2+X_3}{5} = 2 \quad \therefore X_1 = 4+X_2+X_3 \quad \therefore (X_1, X_2, X_3) = (6, 1, 1)$$

(ii) 中央値が  $X_3$  のとき, (3)より, 8通り

$$(iii) \text{ 中央値が5のとき, } \frac{14-X_1+X_2+X_3}{5} = 5 \quad \therefore X_2+X_3 = X_1+11 \quad (X_1, X_2, X_3) = (1, 6, 6)$$

$$(i) \sim (iii) \text{ より, 求める確率は, } \frac{\frac{8}{6^3}}{\frac{10}{6^3}} = \frac{4}{5} \text{。}$$