



2015年 医学部 第3問

3  $F(x)$ ,  $f(x)$ ,  $g(x)$  は関数である。次の問いに答えよ。

(1)  $0 < a \leq \pi$  とし,  $F(x) = \int_a^x \cos(t-a)g(\sin(t-a)) dt - f(x)$  とする。

(i)  $f(x)$  は  $(1-x) \int_0^x f(t) dt = x \int_x^1 f(t) dt$  と  $f(1) = 1$  を満たすとする。  $f(x)$  を求めよ。

(ii)  $f(x)$  は (i) で求めた関数である。  $g(x)$  は,  $x < y$  ならば  $g(x) > g(y)$  を満たし,  $g\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$  であるとする。このとき, 开区間  $(a, 2a)$  で  $F(x)$  が極大値をただ1つもつように,  $a$  の値の範囲を定めよ。

(2)  $a \geq 0$  とし,  $F(x) = \int_a^{x+a} \cos(t-a)g(\sin(t-a)) dt - f(x)$  とする。  $f(x) > 0$ ,  $f'(x) > 0$  であり,  $g(x) = xf(x)$  であるとする。  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$  のとき  $F(x) \leq 0$  となることを示せ。