秋田大学

2016年 教育文化（理数を除く） 第1問

数理
石井K

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) 次の式で定義される数列 $\{a_n\}$ がある．

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n - 1 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

次の項を求めよ．

① 第2項から第5項まで

② 一般項 a_n

(2) 次の値を求めよ．

① $(1+x)^{10}$ の展開式における x^7 の項の係数

② 16^{16} を 225 で割ったときの余り

(1) ① $a_2 = a_1 + 4 - 1 = 5$,

$a_3 = a_2 + 8 - 1 = 12$,

$a_4 = a_3 + 12 - 1 = 23$,

$a_5 = a_4 + 16 - 1 = 38$

以上より, $\underline{a_2 = 5, a_3 = 12, a_4 = 23, a_5 = 38}$ //

② $a_{n+1} - a_n = 4n - 1$ より,

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 4k - 1 \quad (n \geqq 2)$$

$$= 2 + 4 \cdot \frac{1}{2}(n-1)n - (n-1)$$

$$= 2n^2 - 3n + 3$$

これは, $n=1$ のときも成り立っている.

$\therefore \underline{a_n = 2n^2 - 3n + 3}$ //

(2) ① 二項定理より,

$$(1+x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} {}_{10}C_k \cdot x^k$$

よって, x^7 の項の係数は, ${}_{10}C_7 = {}_{10}C_3 = \underline{120}$ //

② 二項定理より,

$$16^{16} = (1+15)^{16}$$

$$= \sum_{k=0}^{16} {}_{16}C_k \cdot 15^k$$

$$= {}_{16}C_0 \cdot 15^0 + {}_{16}C_1 \cdot 15^1 + (\underbrace{15^2}_{=225} の倍数)$$

$$= 1 + 240 + (225 の倍数)$$

$$= 16 + (225 の倍数)$$

$\therefore$ 16^{16} を 225 で割った余りは, $\underline{16}$ //