＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1 $\triangle$ABC において，AB $= \sqrt{3}$，BC $= \sqrt{5}$，AC $= 2$ とする．辺 BC 上に点 B と異なる点 P があり，AP $= \sqrt{3}$ とする．また，辺 AB の中点を Q，線分 AP と線分 CQ との交点を R とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と $\triangle$ABC の面積 S を求めよ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ．

(3) $\triangle$AQR の面積 T を求めよ．

（山形大学　2016）

2 $\triangle$ABC において，AB $= \sqrt{3}$，BC $= \sqrt{5}$，AC $= 2$ とする．辺 BC 上に点 B と異なる点 P があり，AP $= \sqrt{3}$ とする．また，辺 AB の中点を Q，線分 AP と線分 CQ との交点を R とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と $\triangle$ABC の面積 S を求めよ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ．

(3) $\triangle$AQR の面積 T を求めよ．

（山形大学　2016）

3 平面上に平行四辺形 ABCD がある．辺 AB の中点を E とし，辺 BC，辺 CD，辺 DA それぞれを $1:2$ に内分する点を順に F，G，H とする．線分 EG と線分 FH の交点を I とする．$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \vec{d}$ とおくとき，以下の問いに答えよ．

(1) EI : IG $= t : (1-t)$ とおくとき，$\overrightarrow{\mathrm{AI}}$ を $\vec{b}$，$\vec{d}$，t を用いて表せ．

(2) HI : IF $= u : (1-u)$ とおくとき，$\overrightarrow{\mathrm{AI}}$ を $\vec{b}$，$\vec{d}$，u を用いて表せ．

(3) $\overrightarrow{\mathrm{AI}}$ を $\vec{b}$，$\vec{d}$ を用いて表せ．

（会津大学　2016）

山形大学

2016年 医学部 第1問

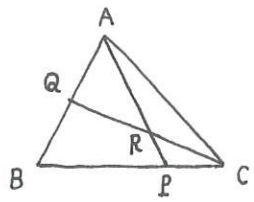
数理 石井K

$\boxed{1}$ $\triangle$ABCにおいて，$AB=\sqrt{3}$，$BC=\sqrt{5}$，$AC=2$とする．辺BC上に点Bと異なる点Pがあり，$AP=\sqrt{3}$とする．また，辺ABの中点をQ，線分APと線分CQとの交点をRとする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 内積 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ と $\triangle$ABCの面積Sを求めよ．

(2) $\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ．

(3) $\triangle$AQRの面積Tを求めよ．



(1) $|\overrightarrow{BC}|^2=|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}|^2$

$=|\overrightarrow{AC}|^2-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+|\overrightarrow{AB}|^2$

よって，$(\sqrt{5})^2=2^2-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+(\sqrt{3})^2$

$\therefore\ \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=1$ //

$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2|\overrightarrow{AC}|^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}=\frac{1}{2}\sqrt{3\cdot4-1^2}=\frac{\sqrt{11}}{2}$ //

(2) $\overrightarrow{AP}=s\overrightarrow{AB}+(1-s)\overrightarrow{AC}\quad(0<s<1)$ とおくと，

$|\overrightarrow{AP}|^2=s^2|\overrightarrow{AB}|^2+2s(1-s)\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+(1-s)^2|\overrightarrow{AC}|^2$

$\therefore\ 3=3s^2+2s(1-s)+4(1-s)^2$

$\therefore\ 5s^2-6s+1=0$

$(5s-1)(s-1)=0$

$0<s<1$ より，$s=\frac{1}{5}$ $\quad\therefore\ \overrightarrow{AP}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{5}\overrightarrow{AC}$ //

(3) メネラウスの定理より，

$\frac{CP}{PB}\cdot\frac{AB}{AQ}\cdot\frac{QR}{RC}=1$

$\therefore\ \frac{\frac{1}{5}}{\frac{4}{5}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\cdot\frac{QR}{RC}=1\qquad\therefore\ QR:RC=2:1$

$\therefore\ T=S\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$

$=\frac{\sqrt{11}}{6}$ //

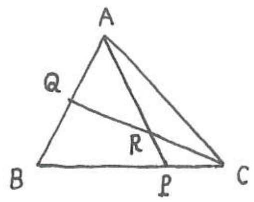
2016年 医学部 第1問

$\boxed{1}$ $\triangle$ABCにおいて，AB $=\sqrt{3}$，BC $=\sqrt{5}$，AC $=2$とする．辺BC上に点Bと異なる点Pがあり，AP $=\sqrt{3}$とする．また，辺ABの中点をQ，線分APと線分CQとの交点をRとする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 内積 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ と $\triangle$ABCの面積 S を求めよ．

(2) $\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ．

(3) $\triangle$AQRの面積 T を求めよ．



(1) $|\overrightarrow{BC}|^2=|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}|^2$

$=|\overrightarrow{AC}|^2-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+|\overrightarrow{AB}|^2$

よって，$(\sqrt{5})^2=2^2-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+(\sqrt{3})^2$

$\therefore\ \underline{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=1}$ //

$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2|\overrightarrow{AC}|^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}=\frac{1}{2}\sqrt{3\cdot4-1^2}=\underline{\frac{\sqrt{11}}{2}}$ //

(2) $\overrightarrow{AP}=s\overrightarrow{AB}+(1-s)\overrightarrow{AC}$ $(0<s<1)$ とおくと，

$|\overrightarrow{AP}|^2=s^2|\overrightarrow{AB}|^2+2s(1-s)\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+(1-s)^2|\overrightarrow{AC}|^2$

$\therefore\ 3=3s^2+2s(1-s)+4(1-s)^2$

$\therefore\ 5s^2-6s+1=0$

$(5s-1)(s-1)=0$

$0<s<1$ より，$s=\frac{1}{5}$　　$\therefore\ \underline{\overrightarrow{AP}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{5}\overrightarrow{AC}}$ //

(3) メネラウスの定理 より，

$$\frac{CP}{PB}\cdot\frac{AB}{AQ}\cdot\frac{QR}{RC}=1$$

$$\therefore\ \frac{\frac{1}{5}}{\frac{4}{5}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\cdot\frac{QR}{RC}=1 \qquad \therefore\ QR:RC=2:1$$

$\therefore\ T=S\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$

$=\underline{\frac{\sqrt{11}}{6}}$ //

会津大学

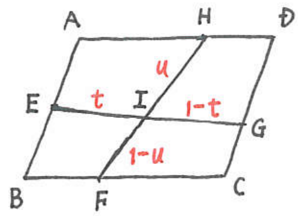
2016年コンピュータ理工 第5問

$\boxed{5}$ 平面上に平行四辺形 ABCD がある．辺 AB の中点を E とし，辺 BC，辺 CD，辺 DA それぞれを 1 : 2 に内分する点を順に F，G，H とする．線分 EG と線分 FH の交点を I とする．$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とおくとき，以下の問いに答えよ．

(1) EI : IG $= t:(1-t)$ とおくとき，$\overrightarrow{AI}$ を $\vec{b}$，$\vec{d}$，t を用いて表せ．

(2) HI : IF $= u:(1-u)$ とおくとき，$\overrightarrow{AI}$ を $\vec{b}$，$\vec{d}$，u を用いて表せ．

(3) $\overrightarrow{AI}$ を $\vec{b}$，$\vec{d}$ を用いて表せ．



(1) $\overrightarrow{AI}=(1-t)\overrightarrow{AE}+t\overrightarrow{AG}$

$=(1-t)\cdot\frac{1}{2}\vec{b}+t\cdot\left(\vec{d}+\frac{2}{3}\vec{b}\right)$

$=\underline{\frac{t+3}{6}\vec{b}+t\vec{d}}$ 〃

(2) $\overrightarrow{AI}=(1-u)\overrightarrow{AH}+u\overrightarrow{AF}$

$=(1-u)\cdot\frac{2}{3}\vec{d}+u\left(\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{d}\right)$

$=\underline{u\vec{b}+\frac{2-u}{3}\vec{d}}$ 〃

(3) $\vec{b}$ と $\vec{d}$ は一次独立なので (1), (2) より

$$\begin{cases}\frac{t+3}{6}=u\\ t=\frac{2-u}{3}\end{cases}\iff\begin{cases}t-6u=-3\\ 3t+u=2\end{cases}$$

$\therefore\ t=\frac{9}{19},\ u=\frac{11}{19}$

$\therefore\ \underline{\overrightarrow{AI}=\frac{11}{19}\vec{b}+\frac{9}{19}\vec{d}}$ 〃