$\boxed{1}$ kを定数とする．方程式$x^2-|x|-6=k$を満足する実数xがちょうど3個あるのは$k=\boxed{}$のときであり，この方程式を満足する実数xが存在しないのはkの範囲が$\boxed{}$のときである．

（藤田保健衛生大学　2011）

$\boxed{2}$ 次の問いに答えよ．

(1) 関数$y=|x^2-2x-3|$のグラフをかけ．

(2) aを実数とする．このとき，方程式$\left||x^2-2x-3|-a\right|=2$の実数解の個数を求めよ．

（富山大学　2011）

$\boxed{3}$ 次の文章中の $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{ヒ}}$ までに当てはまる数字 0〜9 を求めよ．ただし，分数は既約分数として表しなさい．

(1) a を実数とするとき，方程式

$$|x|-|x^2-4|+|x+6|=a$$

を考える．この方程式の実数解が 2 個であるための条件は

$$a<\boxed{\text{ア}},\quad \boxed{\text{イ}}<a<\boxed{\text{ウ}}\boxed{\text{エ}}$$

であり，実数解を持たないための条件は

$$a>\boxed{\text{オ}}\boxed{\text{カ}}$$

である．また，次の不等式

$$|x|-|x^2-4|+|x+6|>2$$

には，正の整数解が $\boxed{\text{キ}}$ 個，負の整数解が $\boxed{\text{ク}}$ 個ある．

(2) 空間内に点 O，A，B，C があり，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とおくとき，それぞれの大きさと内積が

$$|\vec{a}|=9,\quad |\vec{b}|=12,\quad |\vec{c}|=\sqrt{42},$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=72,\quad \vec{a}\cdot\vec{c}=57,\quad \vec{b}\cdot\vec{c}=48$$

であるとする．$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ のなす角は $\dfrac{1}{\boxed{\text{ケ}}}\pi$ であり，△ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である．ベクトル

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

が 3 点 A，B，C を通る平面と直交するのは $s=\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$，$t=\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ のときである．したがって，四面体 OABC の体積は $\boxed{\text{チ}}\boxed{\text{ツ}}$ である．

(3) 三角関数についての等式

$$\boxed{\text{テ}}\cos^3\theta-\boxed{\text{ト}}\cos\theta-\cos 3\theta=0$$

を利用して，t に関する 3 次方程式

$\boxed{4}$ $f(x)=|2x^2-10x+9|$ とおく．

(1) $y=f(x)$ のグラフをかけ．

(2) $y=f(x)$ のグラフと直線 $y=ax+1$ がちょうど 4 個の共有点をもつような，実数の定数 a の値の範囲を求めよ．

（法政大学　2012）

$\boxed{5}$ 以下の $\boxed{}$ にあてはまる値を答えよ．

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x - 1 + |x^2 - 2x - 3|$$

とおく．

(1) 不等式 $x^2 - 2x - 3 \leqq 0$ を解くと $\boxed{あ}$ となる．

(2) 方程式 $f(x) = 0$ の実数解をすべて求めると $\boxed{い}$ となる．

(3) 関数 $y = f(x)$ の定義域を $-2 \leqq x \leqq 5$ とするとき，値域は $\boxed{う}$ となる．

（明治大学　2012）

$\boxed{6}$ $x^2 - |x| - 3 \leqq 0$ となる x の範囲を求めなさい．

（愛知学院大学　2013）

$\boxed{7}$ 以下の問いに答えよ．ただし，a は定数である．

(1) 2 曲線 $y = (x+1)(x-3)$，$y = 2(x-a)^2 + 4$ の共有点の個数を調べよ．

(2) 関数 $y = \left|(x+1)(x-3)\right|$ のグラフをかけ．

(3) 2 曲線 $y = \left|(x+1)(x-3)\right|$，$y = 2(x-a)^2 + 4$ の共有点の個数を調べよ．

（三重大学　2014）

$\boxed{8}$ a を実数とする．x に関する方程式

$$\left|x^2 - 6x - |x - 6|\right| + x = a$$

の実数解の個数を求めよ．

（千葉大学　2015）

0001549810548999

愛知学院大学

2013年 文系 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ $x^2 - |x| - 3 \leqq 0$ となる x の範囲を求めなさい.

(i) $x \geqq 0$ のとき.

$$x^2 - x - 3 \leqq 0$$

$$\therefore \frac{1-\sqrt{1+4\cdot 3}}{2} \leqq x \leqq \frac{1+\sqrt{1+4\cdot 3}}{2}$$

$$\therefore \frac{1-\sqrt{13}}{2} \leqq x \leqq \frac{1+\sqrt{13}}{2}$$

$x \geqq 0$ より. $0 \leqq x \leqq \dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$ $\cdots$ ①

(ii) $x < 0$ のとき.

$$x^2 + x - 3 \leqq 0$$

$$\therefore \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \leqq x \leqq \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$$

$x < 0$ より. $\dfrac{-1-\sqrt{13}}{2} \leqq x < 0$ $\cdots$ ②

(i), (ii) より ① と ② の区間をあわせて.

$$-\frac{1+\sqrt{13}}{2} \leqq x \leqq \frac{1+\sqrt{13}}{2}$$ //

0001829540718999

三重大学

2014年 人文学部 第1問

$\boxed{1}$ 以下の問いに答えよ．ただし，aは定数である．

(1) 2曲線 $y=(x+1)(x-3)$，$y=2(x-a)^2+4$ の共有点の個数を調べよ．

(2) 関数 $y=|(x+1)(x-3)|$ のグラフをかけ．

(3) 2曲線 $y=|(x+1)(x-3)|$，$y=2(x-a)^2+4$ の共有点の個数を調べよ．

(1) $2(x-a)^2+4-(x+1)(x-3)=0$ を計算すると．

$x^2+(2-4a)x+2a^2+7=0$ 判別式をDとおくと．

$D/4=(1-2a)^2-(2a^2+7)$

$=2a^2-4a-6$

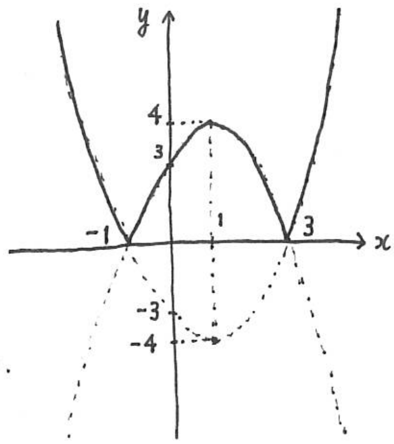
$=2(a-3)(a+1)$

∴ 共有点の個数は． $\begin{cases} 2個 \ (a<-1,\ a>3 のとき) \\ 1個 \ (a=-1,\ 3 のとき) \\ 0個 \ (-1<a<3 のとき) \end{cases}$ ―― //

(2) $x\leqq -1$，$x\geqq 3$ のとき．$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$

$-1<x<3$ のとき．$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$

∴ 右のグラフになる．



(3) $y=-x^2+2x+3$ をC，$y=2(x-a)^2+4$ のグラフを

Dと表すと．CとDの頂点のy座標はともに4で

等しいことから．CとDは $a=1$ のときのみ共有点を1つもち．

それ以外のときはもたない．

また，$y=x^2-2x-3$ とDは $-1<x<3$ で共有点をもつことはない

∴ (1)より． $\begin{cases} 2個 \ (a<-1,\ a>3 のとき) \\ 1個 \ (a=-1,\ 1,\ 3 のとき) \\ 0個 \ (-1<a<1,\ 1<a<3 のとき) \end{cases}$ ―― //

千葉大学

2015年 教育学部（算数・技術）第1問

数理 石井K

1 aを実数とする．xに関する方程式

$$|x^2-6x-|x-6||+x=a$$

の実数解の個数を求めよ．

$f(x)=|x^2-6x-|x-6||+x$ とおくと，

(i) $x \geqq 6$ のとき

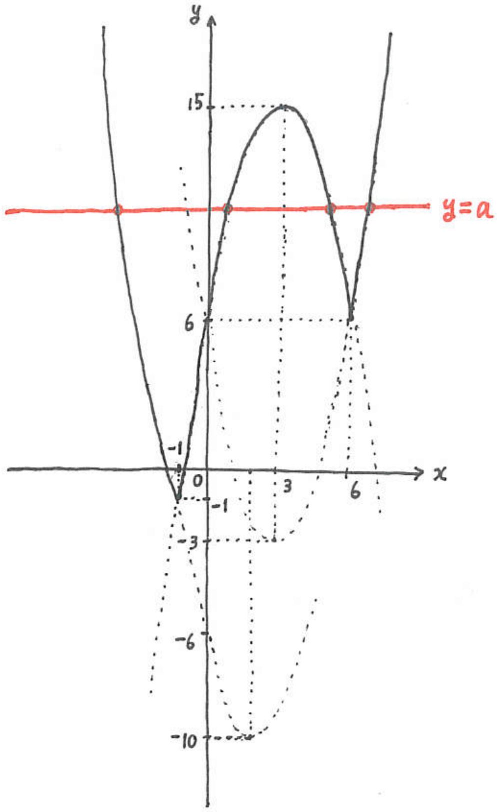
$$f(x)=|x^2-7x+6|+x$$
$$=|(x-6)(x-1)|+x$$
$$=x^2-6x+6$$

(ii) $-1 \leqq x < 6$ のとき

$$f(x)=|x^2-5x-6|+x$$
$$=|(x-6)(x+1)|+x$$
$$=-x^2+6x+6$$

(iii) $x<-1$ のとき

$$f(x)=|x^2-5x-6|+x$$
$$=|(x-6)(x+1)|+x$$
$$=x^2-4x-6$$



(i)～(iii)より，$y=f(x)$ のグラフは右上のようになる

これと，$y=a$ のグラフとの交点の個数を数えればよいから，

$$\begin{cases} 4\text{個}\ (6<a<15\ \text{のとき}) \\ 3\text{個}\ (a=6,\ 15\ \text{のとき}) \\ 2\text{個}\ (-1<a<6,\ 15<a\ \text{のとき}) \\ 1\text{個}\ (a=-1\ \text{のとき}) \\ 0\text{個}\ (a<-1\ \text{のとき}) \end{cases}$$

——//