

1 次の不等式を解け.

$$\log_2(5+x) + \log_2(5-x) < 4$$

2 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 関数 $y = \cos^2 \theta + 2 \sin \theta$ の最大値, 最小値を求めよ. また, そのときの θ の値を求めよ.

3 $f(x) = x^2 - 3x$ とする. 次の問いに答えよ.

- (1) $-3 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ.
- (2) 点 $(3, -4)$ から放物線 $y = f(x)$ に引いた接線の方程式を求めよ.
- (3) 放物線 $y = f(x)$ と (2) の接線で囲まれた図形の面積を求めよ.

2016年第4問


 数理
石井

4 次の不等式を解け.

$$\log_2(5+x) + \log_2(5-x) < 4$$

真数条件より, $5+x > 0$ かつ $5-x > 0$

$$\text{よって, } -5 < x < 5 \cdots \textcircled{1}$$

そのとき, 不等式は.

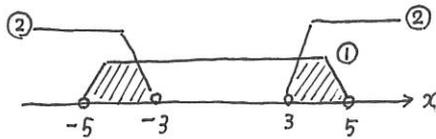
$$\log_2(5+x)(5-x) < \log_2 2^4$$

$$\therefore 25 - x^2 < 16$$

$$\therefore x^2 > 9$$

$$\therefore x < -3, 3 < x \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より



$$\underline{-5 < x < -3, 3 < x < 5} //$$

2016年 第3問

 数理
石井K

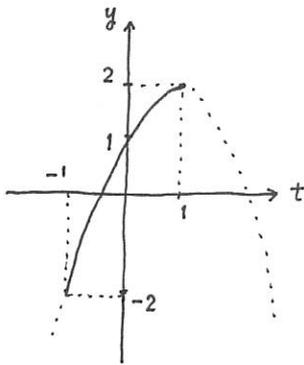
3 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、関数 $y = \cos^2 \theta + 2 \sin \theta$ の最大値、最小値を求めよ。また、そのときの θ の値を求めよ。

$$y = 1 - \sin^2 \theta + 2 \sin \theta$$

$$t = \sin \theta \text{ とおくと, } 0 \leq \theta < 2\pi \text{ より, } -1 \leq t \leq 1$$

$$y = -t^2 + 2t + 1$$

$$= -(t-1)^2 + 2$$

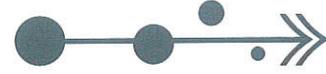


$t = 1$ となるのは、 $\sin \theta = 1$ より、 $\theta = \frac{\pi}{2}$ のとき。

$t = -1$ のとき、 $\sin \theta = -1$ より、 $\theta = \frac{3}{2}\pi$ のとき。

以上より、

最大値は 2 ($\theta = \frac{\pi}{2}$ のとき)、最小値は -2 ($\theta = \frac{3}{2}\pi$ のとき)



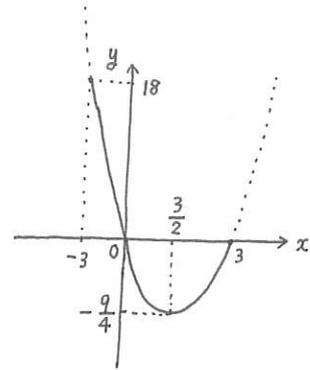
2016年教育文化(理数を除く)第2問

2 $f(x) = x^2 - 3x$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) $-3 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。
 (2) 点 $(3, -4)$ から放物線 $y = f(x)$ に引いた接線の方程式を求めよ。
 (3) 放物線 $y = f(x)$ と (2) の接線で囲まれた図形の面積を求めよ。

(1) $f(x) = (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4}$

∴ 右のグラフより。

 $f(x)$ の最大値は 18 ($x = -3$ のとき)、最小値は $-\frac{9}{4}$ ($x = \frac{3}{2}$ のとき)(2) 接点を $(t, t^2 - 3t)$ とおくと、 $f'(x) = 2x - 3$ より接線の傾きは、 $2t - 3$ となるので接線の方程式は、

$$y = (2t - 3)(x - t) + t^2 - 3t$$

∴ $y = (2t - 3)x - t^2 \dots (*)$

これが $(3, -4)$ を通るので、 $-4 = 6t - 9 - t^2$

∴ $t^2 - 6t + 5 = 0$

∴ $(t - 5)(t - 1) = 0$

∴ $t = 1, 5$

(*) に代入して、 $y = -x - 1$, $y = 7x - 25$ (3) $y = f(x)$ と $y = -x - 1$ の接点は $(1, -2)$ 、 $y = f(x)$ と $y = 7x - 25$ の接点は $(5, 10)$ 。2つの接線の交点は $(3, -4)$ より右の図になる。

∴ $S = \int_1^3 x^2 - 3x - (-x - 1) dx + \int_3^5 x^2 - 3x - (7x - 25) dx$

$$= \int_1^3 (x - 1)^2 dx + \int_3^5 (x - 5)^2 dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}(x - 1)^3 \right]_1^3 + \left[\frac{1}{3}(x - 5)^3 \right]_3^5$$

$$= \frac{8}{3} + \frac{8}{3}$$

$$= \frac{16}{3}$$

