

2014年経済第3問

3  $r$  を  $0 < r < 1$  をみたす定数とする. 数列  $\{a_n\}$  に対して

$$S_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} r^{a_k} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とする. 次の問いに答えよ. ただし以下では, 実数  $x$  に対して,  $[x]$  は  $l \leq x < l+1$  をみたす整数  $l$  を表す.

(1) 数列  $\{a_n\}$  を  $a_n = \left[ \frac{n}{2} \right]$  で定めるとき,  $S_{2n}$  を  $r$  と  $n$  の式で表せ.

(2) 数列  $\{a_n\}$  を  $a_n = \left[ \frac{n}{3} \right]$  で定めるとき,  $S_{3n}$  を  $r$  と  $n$  の式で表せ.

(3)  $a_1 = 0$ ,  $a_n \leq a_{n+1} \leq a_n + 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) および  $S_{2014} = 0$  をみたす数列  $\{a_n\}$  のうち,  $\sum_{k=1}^{2014} r^{a_k}$  を最小にする数列  $\{a_n\}$  の第 2014 項を求め, そのときの最小値を  $r$  の式で表せ.