

2011年 第2問

2 xy 平面上の曲線 $y = x^2$ を C とする. 点 $P_0(2, 4)$ における C の接線が直線 $y = 2$ と交わる点を $Q_1(a_1, 2)$ とする. 次に, 点 $P_1(a_1, a_1^2)$ における C の接線が直線 $y = a_1$ と交わる点を $Q_2(a_2, a_1)$ とする. 以下同様に, 点 (a_n, a_n^2) を P_n とし, P_n における C の接線が $y = a_n$ と交わる点を $Q_{n+1}(a_{n+1}, a_n)$ として, $P_2, Q_3, P_3, Q_4, \dots$ を定める. 次の問いに答えよ.

- (1) a_1 を求めよ.
- (2) a_n を n の式で表せ.
- (3) 線分 $P_n Q_{n+1}$, 線分 $P_{n+1} Q_{n+1}$, および C で囲まれる部分の面積を n の式で表せ.