

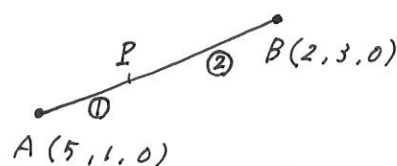


2014年理系1第2問

数理
石井K

2 座標空間に原点O, 点A(5, 1, 0), 点B(2, 3, 0)があり, 線分ABを1:2に内分する点をPとする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) ベクトル \vec{OP} を求めよ.
 (2) 点Pを通りz軸に平行な直線をとる. その直線上においてz座標が正となる点Qをとる. このとき, $\vec{AQ} \perp \vec{BQ}$ となるような点Qを求めよ.
 (3) (2)で求めた点Qに対して, 四面体OABQの体積を求めよ.



$$\begin{aligned} (1) \vec{OP} &= \frac{2}{3}\vec{OA} + \frac{1}{3}\vec{OB} \\ &= \left(\frac{10}{3} + \frac{2}{3}, \frac{2}{3} + \frac{3}{3}, 0\right) \\ &= \underline{\underline{\left(4, \frac{5}{3}, 0\right)}} \end{aligned}$$

(2) $Q\left(4, \frac{5}{3}, z\right)$ ($z > 0$) とおけるので,

$$\vec{AQ} = \left(-1, \frac{2}{3}, z\right), \quad \vec{BQ} = \left(2, -\frac{4}{3}, z\right)$$

$$\therefore \vec{AQ} \perp \vec{BQ} \iff \vec{AQ} \cdot \vec{BQ} = 0$$

$$\therefore \vec{AQ} \cdot \vec{BQ} = -2 - \frac{8}{9} + z^2 = 0$$

$$z > 0 \text{ より } z = \frac{\sqrt{26}}{3} \therefore \underline{\underline{Q\left(4, \frac{5}{3}, \frac{\sqrt{26}}{3}\right)}}$$

(3) $\triangle OAB$ を底面として考えると.

$$\begin{aligned} \triangle OAB &= \frac{1}{2} \cdot |5 \cdot 3 - 1 \cdot 2| \\ &= \frac{13}{2} \end{aligned}$$

$$\text{高さ} \text{ は } z = \frac{\sqrt{26}}{3} \text{ より}$$

$$\text{体積 } V = \frac{13}{2} \cdot \frac{\sqrt{26}}{3} \cdot \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{13\sqrt{26}}{18}}}$$

