

2011年医学部第4問

4  $f(x) = \frac{1}{\cos x} - \tan x$  ( $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ ) とする。次の問いに答えよ。

(1)  $g(x)$  を  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  で連続で、 $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$  では  $g(x) = f(x)$  を満たす関数とする。

(a)  $g\left(\frac{\pi}{2}\right)$  を求めよ。

(b)  $g(x)$  の増加、減少を調べよ。

(c)  $\int_0^x g(t) dt$  を求めよ。

(2)  $n$  を自然数とし、 $c_n$  を  $\int_{\frac{\pi}{2}-c_n}^{\frac{\pi}{2}} g(t) dt = \frac{1}{n} \int_0^{\frac{\pi}{2}} g(t) dt$  を満たす  $0$  と  $\frac{\pi}{2}$  の間の数とする。次の極限を求めよ。

(a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(1 - \cos c_n)$

(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} c_n$