0002120189787999

宮崎大学

2015年 教育文化（理系） 第1問　　1枚目／2枚

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ．ただし，$\log x$ は x の自然対数を表す．

(1) 次の関数を微分せよ．

(i) $y = \sin(\cos x)$　　(ii) $y = \dfrac{e^{2x}}{x+1}$

(2) 次の定積分の値を求めよ．

(i) $\displaystyle\int_0^{\pi} |\sin x \cos x|\, dx$

(ii) $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^3+2x^2-3}{x^2-1}\, dx$

(iii) $\displaystyle\int_0^1 \left(\frac{1}{\sqrt{4-x^2}} + \sqrt{\frac{3}{4-3x^2}} \right) dx$

(iv) $\displaystyle\int_1^2 x^3 \log x\, dx$

(1)

(i) $y' = \cos(\cos x)\cdot(-\sin x)$

$= \underline{-\sin x \cdot \cos(\cos x)}$ //

(ii) $y' = \dfrac{2e^{2x}(x+1) - e^{2x}\cdot 1}{(x+1)^2}$

$= \underline{\dfrac{(2x+1)e^{2x}}{(x+1)^2}}$ //

(2) (i) (与式) $= \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x\, dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -\sin x \cos x\, dx$

$= \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2}\sin 2x\, dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -\frac{1}{2}\sin 2x\, dx$

$= \left[-\frac{1}{4}\cos 2x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \left[\frac{1}{4}\cos 2x \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

$= \underline{1}$ //

(ii) (与式) $= \displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{(x-1)(x^2+3x+3)}{(x+1)(x-1)}\, dx$

$= \displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^2+3x+3}{x+1}\, dx$

$= \displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{(x+1)(x+2)+1}{x+1}\, dx$

$= \displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} x+2+\frac{1}{x+1}\, dx$

$= \left[\frac{x^2}{2} + 2x + \log(x+1) \right]_0^{\frac{1}{2}}$

$= \underline{\frac{9}{8} + \log\frac{3}{2}}$ //

$$
\begin{array}{r l}
 & x+2 \\
x+1\ \big) & x^2+3x+3 \\
 & \underline{x^2+x} \\
 & 2x+3 \\
 & \underline{2x+2} \\
 & 1
\end{array}
$$

宮崎大学

2015年 教育文化（理系） 第1問

2枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ．ただし，$\log x$ は x の自然対数を表す．

(1) 次の関数を微分せよ．

(i) $y = \sin(\cos x)$ (ii) $y = \dfrac{e^{2x}}{x+1}$

(2) 次の定積分の値を求めよ．

(i) $\displaystyle\int_0^{\pi} |\sin x \cos x|\, dx$

(ii) $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^3+2x^2-3}{x^2-1}\, dx$

(iii) $\displaystyle\int_0^1 \left(\frac{1}{\sqrt{4-x^2}} + \sqrt{\frac{3}{4-3x^2}} \right) dx$

(iv) $\displaystyle\int_1^2 x^3 \log x\, dx$

(2)(iii)

$x = 2\sin\theta$ として置換積分

$dx = 2\cos\theta \cdot d\theta$ ， $\begin{array}{c|c} x & 0 \to 1 \\ \hline \theta & 0 \to \frac{\pi}{6} \end{array}$

$$(与式) = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}\, dx + \int_0^1 \sqrt{\frac{3}{4-3x^2}}\, dx$$

$x = \frac{2}{\sqrt{3}}\sin\theta$ として置換積分

$dx = \frac{2}{\sqrt{3}}\cos\theta\, d\theta$， $\begin{array}{c|c} x & 0 \to 1 \\ \hline \theta & 0 \to \frac{\pi}{3} \end{array}$

$$\therefore (与式) = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2\cos\theta}{2\cos\theta}\, d\theta + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\cos\theta}{2\cos\theta}\, d\theta$$

$$= \Big[\theta\Big]_0^{\frac{\pi}{6}} + \Big[\theta\Big]_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= \underline{\frac{\pi}{2}} \,/\!/$$

(iv)

$$(与式) = \int_1^2 \left(\frac{x^4}{4}\right)' \log x\, dx$$

$$= \left[\frac{x^4}{4}\log x\right]_1^2 - \int_1^2 \frac{x^3}{4}\, dx$$

$$= 4\log 2 - \left[\frac{x^4}{16}\right]_1^2$$

$$= 4\log 2 - 1 + \frac{1}{16}$$

$$= \underline{4\log 2 - \frac{15}{16}} \,/\!/$$