

2012年 理工（情報科・工業化・機械工・土木工）第3問

3 座標平面上の点  $P(p, q)$  が、媒介変数  $\theta$  により

$$p = 1 + 2\cos\theta, \quad q = 1 + \sin\theta \quad (-\pi < \theta \leq \pi)$$

で与えられている。  $a$  を非負の定数とするとき、点  $P$  から、原点  $O$  と点  $(1, a)$  を通る直線に下ろした垂線を  $PH$  とし、  $H$  の座標を  $(u, v)$  とする。点  $P$  が  $p \geq 2$  を満たす範囲にあるとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $\theta$  と  $q$  の値の範囲を求めよ。
- (2)  $u$  を  $a$  と  $\theta$  を用いて表せ。
- (3)  $N = \sqrt{u^2 + (2 + a^2)v^2}$  とおく。  $N$  を  $a$  と  $\theta$  を用いて表せ。
- (4) 各  $a$  に対して、点  $P$  が  $p \geq 2$  を満たすように動くとき、(3) で求めた  $N$  の最大値を  $M(a)$  により表す。
  - (i)  $M(0)$  を求めよ。
  - (ii)  $a > 0$  のとき、  $M(a)$  を求めよ。