



2010年理系第2問

- 2 平面上の四角形OABCについて、 $OA = OB = 1$, $OC = \frac{\sqrt{7}}{3}$ および $\vec{OC} = \vec{OB} - \frac{2}{3}\vec{OA}$ が成り立つ
いとすると、 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ とおく。次の $\boxed{\quad}$ をうめよ。

$CB = \boxed{1}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{2}$ であり、 $\angle AOB$ は $\boxed{3}$ 度である。

$t > 0$ とし、直線OA上に点Dを $\vec{OD} = t\vec{OA}$ となるようにとる。このとき、線分OBと線分CDとの交点をPとおくと、 t を用いて $\vec{OP} = \boxed{4} \vec{b}$ と書ける。

$\triangle OPD$ の重心Gが $\triangle OAB$ の内部または周上にあるような t の範囲は $0 < t \leq \boxed{5}$ である。また、 $\triangle OPD$ の外心をRとおくと、 $\vec{OR} - \boxed{6}\vec{OD}$ と \vec{a} が垂直であり、 $\vec{OR} - \boxed{6}\vec{OP}$ と \vec{b} も垂直であることから、 $t = \frac{1}{3}$ のとき、 $\vec{OR} = \boxed{7} \vec{a} + \boxed{8} \vec{b}$ であり、 $|\vec{OR}| = \boxed{9}$ である。