



2015年 理学部 第3問

3 曲線  $C_1: y = \log x$  ( $x > 0$ ) と曲線  $C_2: y = -x^2 + a$  を考える。ただし、 $\log$  は自然対数を表す。以下の各問に答えよ。

- (1) 曲線  $C_1$  上の点  $P(t, \log t)$  における法線  $l$  の方程式を求めよ。ただし、曲線上の点  $P$  における法線とは、点  $P$  を通り、点  $P$  における接線に垂直に交わる直線のことである。
- (2) (1) で求めた法線  $l$  と曲線  $C_2$  が接するとき、 $a$  の値を  $t$  を用いて表せ。また、 $C_2$  と  $l$  が接する点  $Q$  の座標を  $t$  を用いて表せ。
- (3) (2) で求めた点  $Q$  を通り  $y$  軸に平行な直線、点  $P$  を通り  $y$  軸に平行な直線、 $x$  軸、および曲線  $C_1$  で囲まれた図形の面積  $S(t)$  を求めよ。
- (4) (3) で求めた  $S(t)$  の極値を求めよ。