



2014年理学部第1問

1 区間  $0 < x < \pi$  で関数  $y = f(x) = \cos(\sqrt{2}x)$  を考え、そのグラフを  $C$  とする。  $C$  上の点  $P(\theta, \cos(\sqrt{2}\theta))$  における  $C$  の法線を  $l$ 、  $l$  と  $x$  軸との交点を  $Q$ 、点  $P$  と点  $Q$  の距離を  $g(\theta)$  とする。ただし、点  $P$  における  $C$  の法線とは、点  $P$  を通りかつ  $P$  での  $C$  の接線に直交する直線のことである。以下の各問に答えよ。

- (1)  $f(x)$  の増減の様子を調べ、  $C$  の概形をかけ。さらに、  $f(x)$  の最小値を与える  $x$  の値、および  $C$  と  $x$  軸との交点の  $x$  座標を求めよ。
- (2)  $l$  の方程式を求めよ。
- (3)  $Q$  の座標を求めよ。
- (4)  $\theta$  が  $0 < \theta < \pi$  の範囲を動くとき、  $t = \cos^2(\sqrt{2}\theta)$  の動く範囲と  $g(\theta)$  の最大値を求めよ。
- (5)  $\theta$  が  $0 < \theta < \pi$  の範囲を動くとき、  $g(\theta)$  の最大値を与える  $\theta$  の値をすべて求めよ。