



2015年 理学部 第1問

1 $f(x) = 2xe^{-x}$ とおく. ただし, e は自然対数の底とする. 以下の各問に答えよ.

- (1) $0 \leq x \leq 3$ の範囲で, 関数 $y = f(x)$ の増減, 極値, グラフの凹凸, 変曲点を調べて, そのグラフの概形をかけ.
- (2) 正の実数 a に対して, $I_a = \int_0^1 xe^{-ax} dx$, $J_a = \int_0^1 x^2 e^{-ax} dx$ とおく. J_a を I_a と a を用いて表せ.
- (3) 定積分 $\int_0^1 f(x) dx$ および $\int_0^1 \{f(x)\}^2 dx$ を求めよ.
- (4) 曲線 $y = f(x)$ と, 3直線 $x = 0$, $x = 1$ および $y = t$ で囲まれた図形を, 直線 $y = t$ を軸として1回転させてできる回転体の体積を $V(t)$ とする. t を動かしたとき, $V(t)$ の最小値とそのときの t の値を求めよ.