



2013年 理学部・工学部 第2問

2 次の問いに答えよ。

- (1) i を虚数単位とする。等式 $(1+i)^{14} = a+bi$ を満たす実数 a, b の値を求めよ。
 (2) x の多項式 $x^4 - px + q$ が $(x-1)^2$ で割り切れるとき、定数 p, q の値を求めよ。
 (3) θ が方程式 $\cos 2\theta - 2\sin \theta = \frac{47}{50}$ を満たすとき、 $\sin \theta$ の値を求めよ。
 (4) 次の極限値を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x^2+x+4} - \sqrt{x^2+4}) \sin 2x}{x^2}$$

$$(5) \text{第2式より, } \vec{EC} - \vec{EB} = \vec{EB} - \vec{EA} + \vec{ED} - \vec{EC}$$

$$\therefore \vec{ED} = \vec{EA} - 2\vec{EB} + 2\vec{EC}$$

$$\text{これを第1式に代入して, } \vec{EB} = 2\vec{EA} + 3\vec{EC} //$$

- (5) 空間内に5点 A, B, C, D, E があり、次の等式を満たしている。

$$\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED} = \vec{0}, \quad \vec{BC} = \vec{AB} + \vec{CD}$$

\vec{EB} を \vec{EA} と \vec{EC} を用いて表せ。ただし、 $\vec{0}$ は零ベクトルである。

(1) $(1+i)^2 = 2i$ より。

$$(1+i)^{14} = (2i)^7 = \underline{-128i} //$$

(2) $x^4 - px + q = (x-1)^2(x^2+ax+b)$ と表せるので、右辺を展開して。

$$(\text{右辺}) = x^4 + (a-2)x^3 + (b-2a+1)x^2 + (a-2b)x + b$$

$$(\text{左辺}) \text{ と係数を比較して, } a=2, b=3, p=4 //$$

(3) $1 - 2\sin^2\theta - 2\sin\theta = \frac{47}{50} \quad \therefore \sin^2\theta + \sin\theta - \frac{3}{100} = 0$

$$\therefore \sin\theta = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot \frac{3}{100}}}{2} \quad -1 \leq \sin\theta \leq 1 \text{ より, } \sin\theta = \underline{\frac{2\sqrt{7}-5}{10}} //$$

(4) (与式) $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+x+4} - \sqrt{x^2+4}}{x} \cdot \frac{\sin 2x}{2x} \cdot 2$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^2+x+4} + \sqrt{x^2+4}} \cdot \frac{\sin 2x}{2x} \cdot 2$$

$$= \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{4}} \cdot 1 \cdot 2$$

$$= \underline{\frac{1}{2}} //$$

$$\rightarrow 1 \quad \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{ を使った} \right)$$