



2012年理系第4問

4 実数  $a, b$  に対して,  $f(x) = x^2 - 2ax + b$ ,  $g(x) = x^2 - 2bx + a$  とおく.

(1)  $a \neq b$  のとき,  $f(c) = g(c)$  を満たす実数  $c$  を求めよ.

(2) (1) で求めた  $c$  について,  $a, b$  が条件  $a < c < b$  を満たすとする. このとき, 連立不等式

$$f(x) < 0 \quad \text{かつ} \quad g(x) < 0$$

が解をもつための必要十分条件を  $a, b$  を用いて表せ.

(3) 一般に  $a < b$  のとき, 連立不等式

$$f(x) < 0 \quad \text{かつ} \quad g(x) < 0$$

が解をもつための必要十分条件を求め, その条件を満たす点  $(a, b)$  の範囲を  $ab$  平面上に図示せよ.