2014年 経済 第3問

$\boxed{3}$ r を $0 < r < 1$ をみたす定数とする．数列 $\{a_n\}$ に対して

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} r^{a_k} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

とする．次の問いに答えよ．ただし以下では，実数 x に対して，$[x]$ は $l \leqq x < l+1$ をみたす整数 l を表す．

(1) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \left[\dfrac{n}{2}\right]$ で定めるとき，S_{2n} を r と n の式で表せ．

(2) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \left[\dfrac{n}{3}\right]$ で定めるとき，S_{3n} を r と n の式で表せ．

(3) $a_1 = 0$，$a_n \leqq a_{n+1} \leqq a_n + 1$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ および $S_{2014} = 0$ をみたす数列 $\{a_n\}$ のうち，$\displaystyle\sum_{k=1}^{2014} r^{a_k}$ を最小にする数列 $\{a_n\}$ の第2014項を求め，そのときの最小値を r の式で表せ．