横浜市立大学

2016年 医学部 第1問

$\boxed{1}$ 以下の問いに答えよ．

(1) ある大学で N 人の学生が数学を受験した．その得点を x_1，x_2，$\cdots$，x_N とする．平均値 $\overline{x}$ および分散 s^2 は各々

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_N}{N}$$
$$s^2 = \frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_N - \overline{x})^2}{N}$$

で与えられる．標準偏差 s（> 0）は

$$s = \sqrt{s^2}$$

となる．このとき x 点を取った学生の**偏差値**は

$$t = 50 + 10 \times \frac{x - \overline{x}}{s}$$

で与えられる（$x \in \{x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_N\}$）．偏差値は**無単位**であることに注意せよ．

Y大学で $N = 3n$ 人の学生が数学を受験し，たまたま $2n$ 人の学生が a 点，残りの n 人の学生が b 点を取ったとしよう．簡単にするために $a < b$ とする．a 点を取った学生および b 点を取った学生の偏差値を求めよ．

(2) 方程式

$$x^2 - 3y^2 = 13$$

の整数解を求める．簡単にするために $x > 0$，$y > 0$ とする．まず

$$X = ax + by, \quad Y = cx + dy$$

とおく．a，b，c，d を自然数として，$(X,\ Y)$ が再び方程式

$$X^2 - 3Y^2 = 13$$

を満たすための組 $(a,\ b,\ c,\ d)$ を1つ求めよ．

次に，解の組 $(x,\ y)$ で $x > 500$ となる $(x,\ y)$ を1つ求めよ．

(3) n を自然数とする．漸化式

$$a_{n+2} - 5a_{n+1} + 6a_n - 6n = 0$$
$$a_1 = 1,\ a_2 = 1$$

で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

(4) n を0以上の整数とする．以下の不定積分を求めよ．

$$\int \left\{ -\frac{(\log x)^n}{x^2} \right\} dx = \sum_{k=0}^{n} \boxed{}$$

ただし，積分定数は書かなくてよい．