

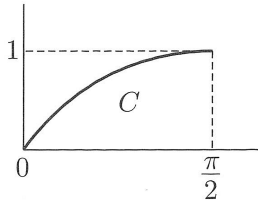
2012年 医学部 第1問

1 以下の問いに答えよ。

(1)  $a$  を正の定数として、関数  $f(x)$  を  $f(x) = \log(\sqrt{a^2 + x^2} - x)$  とおく。  $f(x)$  を微分して、多項式

$$f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3$$

を求めよ。

(2) 座標平面において、曲線  $C: y = \sin x$  ( $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ) 上の点  $P(a, \sin a)$  における  $C$  の法線が  $x$  軸と交わる点を  $Q$  とする。線分  $PQ$  を直径とする円が、 $x$  軸と交わる  $Q$  以外の点を  $R$  とする。このとき、三角形  $PQR$  の面積  $S(a)$  を求めよ。次に、 $a$  が動くとき、 $S(a)$  の最大値を求めよ。(3) 数列  $\{a_n\}$ 

$$1, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \dots$$

を次のような群に分け、第  $m$  群には  $m$  個の数が入るようにする。

$$\underbrace{\left| \frac{1}{1} \right|}_{\text{第1群}} \quad \underbrace{\left| \frac{1}{2}, \frac{2}{1} \right|}_{\text{第2群}} \quad \underbrace{\left| \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1} \right|}_{\text{第3群}} \quad \underbrace{\left| \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1} \right|}_{\text{第4群}}, \dots$$

$$\underbrace{\left| \frac{1}{m}, \frac{2}{m-1}, \dots, \frac{m-1}{2}, \frac{m}{1} \right|}_{\text{第 } m \text{ 群}}, \dots$$

このとき、数列  $\{a_n\}$  において、 $\frac{q}{p}$  は第何項か。ただし、 $\frac{q}{p}$  は、例えば  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  のように、約分しないものとする。次に、第100項  $a_{100}$  を求めよ。(4) 2次の正方行列  $A$  が

$$A \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

をみたすとする。このとき、自然数  $n$  に対して  $A^n \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$  を求めよ。(5)  $AB = AC$ ,  $BC$  の長さが1,  $\angle A$  が  $\frac{\pi}{5}$  の二等辺三角形  $ABC$  を考える。頂点  $A, B, C$  から  $\angle A, \angle B, \angle C$  の二等分線を引き、対応する辺との交点を、それぞれ  $P, Q, R$  とする。このとき、三角関数の値

$$\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$$

を求めよ。

