

2016年 医学部 第2問

2  $n$ 枚のカードの表（おもて）面に相異なる整数値が書かれている。ただし、どのような数値が書かれているのかはあらかじめわかっていない。

はじめにすべてのカードが裏返しでおかれている。ここから1枚ずつ好きなカードをめくっていき、書かれている数値が  $n$ 枚のカードの中で最大だと思ったらめくるのをやめる1人ゲームを考える。 $n$ 枚のカードをすべてめくり終えてしまった場合、次にめくるカードがないのでゲームは終了である。

ゲームの勝敗は、最後にめくったカードに書かれていた数値が  $n$ 枚のカードの中で最大であれば勝ち、そうでなければ負けとする。

$n$ 未満の自然数  $k$  について以下の戦略  $S_k$  を考える：

はじめの  $k$ 枚までは必ずめくり、その  $k$ 枚に書かれていた数値のうち最大のものを  $M$  とする。 $k+1$ 枚目以降で  $M$  より大きな数が書かれたカードをめくったら、ただちにめくるのをやめる。

戦略  $S_k$  にしたがった場合に、このゲームに勝つ確率を  $P_{n,k}$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $P_{3,1}$  を求めよ。
- (2)  $i$  を  $k+1$  以上、 $n$  以下の整数とする。戦略  $S_k$  にしたがった場合に、ちょうど  $i$ 枚のカードをめくって勝つ確率を求めよ。
- (3)  $n$  が十分に大きいとき、戦略  $S_k$  を使ってどのくらい勝つことが出来るのかを考えてみよう。 $n$  に対してどのくらいの  $k$  を用いるかによって勝てる確率は変わる。簡単にするため、 $n = 3p$  の場合を考える。ただし、 $p$  は自然数である。このとき  $k = p$  として、極限值

$$\lim_{p \rightarrow \infty} P_{n,k}$$

を求めよ。