

2014年 文系 第1問


 数理
石井K

1 次の各問に答えよ。

- (1) $a = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}$, $b = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$ のとき, $a^2 + 4ab + b^2$ および $a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3$ の値を求めよ.
 (2) 不等式 $3 - 2x \leq |3x - 2| < 10 + x$ を解け.
 (3) 数直線上の集合 $A = \{x | -a - 1 < x < a^2\}$, $B = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$ において, $A \subset B$ となるような a の値の範囲を求めよ.

$$(1) a = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{8 + 4\sqrt{3}}{4} = 2 + \sqrt{3}$$

$$b = \frac{1}{a} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\therefore a^2 + 4ab + b^2 = (a + b)^2 + 2ab = 4^2 + 2 \cdot 1 = \underline{18} //$$

$$a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3 = (a + b)^3 - ab(a + b) = 4^3 - 1 \cdot 4 = \underline{60} //$$

$$(2) (i) x \geq \frac{2}{3} \text{ のとき, } 3 - 2x \leq 3x - 2 \text{ かつ } 3x - 2 < 10 + x$$

$$\therefore 5x \geq 5 \text{ かつ } 2x < 12 \quad \therefore 1 \leq x < 6$$

$$(ii) x < \frac{2}{3} \text{ のとき, } 3 - 2x \leq 2 - 3x \text{ かつ } 2 - 3x < 10 + x$$

$$\therefore x \leq -1 \text{ かつ } 4x > -8 \quad \therefore -2 < x \leq -1$$

$$(i), (ii) \text{ より, } \underline{1 \leq x < 6, -2 < x \leq -1} //$$

$$(3) -a - 1 \geq -2 \text{ かつ } a^2 \leq 3$$

$$\therefore -a \geq -1 \text{ かつ } -\sqrt{3} \leq a \leq \sqrt{3}$$

$$a \leq 1 \text{ かつ } -\sqrt{3} \leq a \leq \sqrt{3}$$

$$\therefore \underline{-\sqrt{3} \leq a \leq 1} //$$