0001938541608999

安田女子大学

2012年 薬学部（B日程） 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 曲線 $C: y=2x^2\ (x>0)$ 上の点 $P_1(x_1,\ 2{x_1}^2)$ における接線が x 軸と交わる点の x 座標を x_2 とする．曲線 C 上の点 $P_2(x_2,\ 2{x_2}^2)$ における接線が x 軸と交わる点の x 座標を x_3 とし，曲線 C 上に点 $P_3(x_3,\ 2{x_3}^2)$ を定める．以下，同様に曲線 C 上の点 P_3，P_4，…，P_{n-1}，P_n における接線と x 軸が交わる点の x 座標を x_4，x_5，…，x_n，x_{n+1} とする．$x_1=1$ とするとき，次の問いに答えよ．

(1) 点 P_1 および点 P_2 の座標を求めよ．

(2) 点 $P_n(x_n,\ 2{x_n}^2)$ における接線と x 軸との交点の x 座標 x_{n+1} を x_n で表せ．

(3) x_n を n の式で表せ．

(1) $x_1=1$ より．$\underline{P_1(1,2)}$ //

$y'=4x$ より．P_1 における接線は．$y=4(x-1)+2$ $\therefore y=4x-2$

これと x 軸との交点は．$\left(\frac{1}{2},0\right)$ より．$x_2=\frac{1}{2}$ $\therefore \underline{P_2\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)}$ //

(2) P_n における接線は．$y=4x_n(x-x_n)+2x_n^2$ $\therefore y=4x_nx-2x_n^2$

これと x 軸との交点は $\left(\frac{1}{2}x_n,0\right)$ より．$\underline{x_{n+1}=\frac{1}{2}x_n}$ //

(3) (2) より．数列 $\{x_n\}$ は初項 1，公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列より．

$\underline{x_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}$ //