



2016年 教育人間科学・生命環境（生命工以外）第2問

2 曲線 $C_1: y = (x-a)^2 - 4$ と直線 $l: y = 2x - 7$ が点 P で接している。曲線 C_2 は、 $y = -x^2$ を平行移動した曲線で、 P を通り、直線 $y = 6$ の $x < 0$ の部分に接している。ただし、 a は実数とする。

- (1) a の値を求めよ。
 (2) C_2 の方程式を求め、 C_1 と C_2 の共有点の座標をすべて求めよ。
 (3) C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(1) C_1 において、 $y' = 2(x-a)$

よって、 $2(x-a) = 2$ より、 $x = a+1$

これを C_1 の式に代入して、 $y = -3 \quad \therefore P(a+1, -3)$

これを l の式に代入して、 $-3 = 2a + 2 - 7 \quad \therefore \underline{a = 1}$ //

(2) C_2 は $y = 6$ の $x < 0$ の部分に接するので、 $C_2: y = -(x-b)^2 + 6$ (ただし、 $b < 0$) と表せる。

これが $P(2, -3)$ を通るので、 $-3 = -(2-b)^2 + 6$

$\therefore (b-2)^2 = 9 \quad b < 0$ より、 $b = -1$

$\therefore C_2: y = -(x+1)^2 + 6 \quad \therefore \underline{C_2: y = -x^2 - 2x + 5}$ //

$C_1: y = (x-1)^2 - 4$ であるから、 $(x-1)^2 - 4 - (-x^2 - 2x + 5) = 0$

$\therefore x^2 = 4 \quad \therefore x = \pm 2$ よって、共有点は $\underline{(-2, 5), (2, -3)}$ //

(3) $S = \int_{-2}^2 \underbrace{-x^2 - 2x + 5}_{C_2} - \underbrace{(x^2 - 2x - 3)}_{C_1} dx$

$= \int_{-2}^2 -2x^2 + 8 dx \quad \leftarrow \frac{1}{6}$ 公式を使って計算してもよい。

$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + 8x \right]_{-2}^2$

$= -\frac{16}{3} + 16 - \left(\frac{16}{3} - 16 \right)$

$= \underline{\underline{\frac{64}{3}}}$ //

