



2015年理系第3問

3  $a$  を正の実数とし、 $p$  を正の有理数とする。座標平面上の2つの曲線  $y = ax^p$  ( $x > 0$ ) と  $y = \log x$  ( $x > 0$ ) を考える。この2つの曲線の共有点が1点のみであるとし、その共有点を  $Q$  とする。以下の問いに答えよ。必要であれば、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{\log x} = \infty$  を証明なしに用いてよい。

- (1)  $a$  および点  $Q$  の  $x$  座標を  $p$  を用いて表せ。
- (2) この2つの曲線と  $x$  軸で囲まれる図形を、 $x$  軸のまわりに1回転してできる立体の体積を  $p$  を用いて表せ。
- (3) (2) で得られる立体の体積が  $2\pi$  になるときの  $p$  の値を求めよ。