



2015年工学部第4問

4 次の問いに答えよ。

- (1) $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x \sin nx \, dx$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)とおくと、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ は収束し、その和は $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x^2 \, dx$ であることが知られている。これを用いて、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ の和を求めよ。
- (2) 等式 $\frac{1}{x^2(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x+1}$ が x についての恒等式となるように、定数 a, b, c の値を定めよ。
- (3) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(n+1)}$ の収束、発散について調べ、収束するときはその和を求めよ。