

2015年物理・情報科学第2問

2 $0 < a < b$ を満たす実数 a, b に対し、曲線 $y = \frac{1}{x}$, x 軸及び2直線 $x = a, x = b$ で囲まれた図形の面積を $S(a, b)$ で表す。以下の問いに答えよ。

- (1) n を自然数とする。 $S(n, 3n)$ を求め、この値は n によらないことを示せ。
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} S(n, n + \sqrt{n}) = 0$ が成り立つことを示せ。
- (3) 次の極限值を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{2n} S(n, n+k)$$