

2015年一般III期第4問

4 $a_1 = 2, a_2 = 3, a_{n+2} = a_{n+1} + 6a_n$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めると

$$a_n = \frac{\boxed{\text{シ}} \cdot \boxed{\text{ス}}^{n-1} + \boxed{\text{セ}} \cdot (-\boxed{\text{ソ}})^{n-1}}{\boxed{\text{タ}} \quad 5}$$

である。

$$a_{n+2} + 2a_{n+1} = 3(a_{n+1} + 2a_n)$$

\therefore 数列 $\{a_{n+1} + 2a_n\}$ は初項 $a_2 + 2a_1 = 7$, 公比 3 の等比数列

$$\therefore a_{n+1} + 2a_n = 7 \cdot 3^{n-1} \dots \textcircled{1}$$

また, $a_{n+2} - 3a_{n+1} = -2(a_{n+1} - 3a_n)$

\therefore 数列 $\{a_{n+1} - 3a_n\}$ は初項 $a_2 - 3a_1 = -3$, 公比 -2 の等比数列

$$\therefore a_{n+1} - 3a_n = -3 \cdot (-2)^{n-1} \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ より, } 5a_n = 7 \cdot 3^{n-1} + 3(-2)^{n-1}$$

$$\therefore a_n = \frac{7 \cdot 3^{n-1} + 3 \cdot (-2)^{n-1}}{5}$$

×モ.

$$d^2 - d - 6 = 0$$

$$\therefore (d-3)(d+2) = 0$$

$$\therefore d = 3, -2$$