



2016年文系第2問

2 座標空間内に、原点  $O(0, 0, 0)$  を中心とする半径1の球面  $S$  と2点  $A(0, 0, 1)$ ,  $B(0, 0, -1)$  がある。 $O$  と異なる点  $P(s, t, 0)$  に対し、直線  $AP$  と球面  $S$  の交点で  $A$  と異なる点を  $Q$  とする。さらに直線  $BQ$  と  $xy$  平面の交点を  $R(u, v, 0)$  とする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) ふたつの線分  $OP$  と  $OR$  の長さの積を求めよ。
- (2)  $s, t$  をそれぞれ  $u, v$  を用いて表せ。
- (3) 点  $P$  が  $xy$  平面内の直線  $ax + by = 1$  ( $a^2 + b^2 \neq 0$ ) 上を動くとき、対応する点  $R$  は  $xy$  平面内の同一円周上にあることを証明せよ。