



2015年 理工学部 第2問

2 2点  $A(1, 2, 2)$  と  $B(2, -1, 4)$  から等距離にある  $x$  軸上の点を  $P$ ,  $y$  軸上の点を  $Q$ ,  $z$  軸上の点を  $R$  とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 3点  $P, Q, R$  の座標を求めよ.  
 (2)  $\cos \angle PQR$  を求めよ.  
 (3)  $\triangle PQR$  の面積を求めよ.

(1)  $P(p, 0, 0), Q(0, q, 0), R(0, 0, r)$  とする

$$AP = BP \text{ より } AP^2 = BP^2 \text{ なので } (p-1)^2 + 4 + 4 = (p-2)^2 + 1 + 16 \quad \therefore p = 6$$

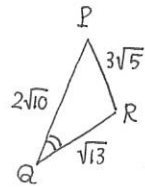
$$AQ = BQ \text{ より } AQ^2 = BQ^2 \text{ なので } 1 + (q-2)^2 + 4 = 4 + (q+1)^2 + 16 \quad \therefore q = -2$$

$$AR = BR \text{ より } AR^2 = BR^2 \text{ なので } 1 + 4 + (r-2)^2 = 4 + 1 + (r-4)^2 \quad \therefore r = 3$$

$$\therefore \underline{P(6, 0, 0), Q(0, -2, 0), R(0, 0, 3)} //$$

$$(2) PQ = \sqrt{6^2 + 2^2 + 0^2} = 2\sqrt{10}, \quad QR = \sqrt{0^2 + 2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}, \quad PR = \sqrt{6^2 + 0^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{5}$$

$$\text{余弦定理より, } \cos \angle PQR = \frac{40 + 13 - 45}{2 \cdot 2\sqrt{10} \cdot \sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{130}}{130} = \frac{\sqrt{130}}{65} //$$



$$(3) \cos \angle PQR = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{65}} \text{ であり, } \sin^2 \angle PQR = 1 - \cos^2 \angle PQR \text{ より, } \sin \angle PQR = \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{65}}$$

$$\therefore \triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{10} \cdot \sqrt{13} \cdot \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{65}} = \underline{3\sqrt{14}} //$$