



2015年 理学部 (数理) 第1問

数理
石井K

1 次の各問に答えよ。

- (1) 実数 k に対し, 方程式 $x|1-|x|| = k$ の異なる実数解の個数を求めよ.
- (2) 赤玉 a 個, 白玉 b 個, 青玉 c 個が入っている袋があり, 次の (i), (ii), (iii) が成り立つとする.
- (i) この袋から1個の玉を取り出すとき, 赤玉が出る確率は $\frac{1}{2}$ である.
- (ii) この袋から2個の玉を同時に取り出すとき, 赤玉と白玉が1個ずつ出る確率は $\frac{1}{7}$ である.
- (iii) この袋から3個の玉を同時に取り出すとき, 赤玉と白玉と青玉が1個ずつ出る確率は $\frac{6}{35}$ である.
- このとき, a, b, c を求めよ.

(1) $f(x) = x|1-|x||$ とおく(i) $0 \leq x < 1$ のとき.

$$f(x) = x|1-x| = x(1-x)$$

(ii) $x \geq 1$ のとき.

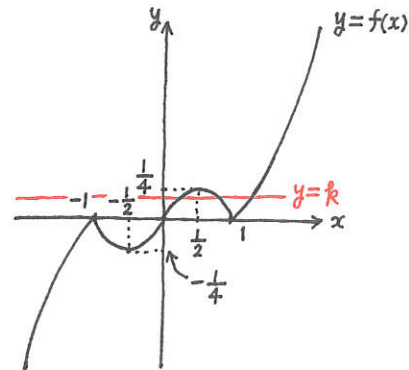
$$f(x) = x|1-x| = x(x-1)$$

(iii) $-1 < x < 0$ のとき

$$f(x) = x|1+x| = x(x+1)$$

(iv) $x \leq -1$ のとき

$$f(x) = x|1+x| = -x(x+1)$$

(i) ~ (iv) より, $y = f(x)$ のグラフは石のようになる.このグラフと $y = k$ の異なる交点の個数が方程式の実数解の個数であるから,

$$\begin{cases} 1 \text{ 個} & (k < -\frac{1}{4}, \frac{1}{4} < k \text{ のとき}) \\ 2 \text{ 個} & (k = \pm \frac{1}{4} \text{ のとき}) \\ 3 \text{ 個} & (-\frac{1}{4} < k < \frac{1}{4} \text{ のとき}) \end{cases}$$

(2) $a+b+c = N$ とおくと.

(i) より, $\frac{a}{N} = \frac{1}{2} \dots \textcircled{1}$

(ii) より, $\frac{ab}{NC_2} = \frac{1}{7} \therefore \frac{ab}{N(N-1)} = \frac{1}{14} \dots \textcircled{2}$

(iii) より, $\frac{abc}{NC_3} = \frac{6}{35} \therefore \frac{abc}{N(N-1)(N-2)} = \frac{1}{35} \dots \textcircled{3}$

$\textcircled{2}$ に $\textcircled{1}$ を代入して, $\frac{b}{N-1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{14} \therefore b = \frac{N-1}{7} \dots \textcircled{4}$

$\textcircled{3}$ に $\textcircled{2}$ を代入して, $\frac{c}{N-2} \cdot \frac{1}{14} = \frac{1}{35} \therefore c = \frac{2N-4}{5} \dots \textcircled{5}$

また $\textcircled{1}$ より

$a = \frac{1}{2}N \dots \textcircled{6}$

 $\textcircled{4}$ ~ $\textcircled{6}$ の辺々を足して,

$$a+b+c = \frac{10N-10+35N+28N-56}{70}$$

$$\therefore 70N = 73N - 66$$

$$\therefore N = 22$$

$$\therefore a = 11, b = 3, c = 8$$