



2014年 経済学部 第3問

3 100 から 999 までの自然数の集合を全体集合  $U$  とし、そのうち 14 で割ると 3 余るものの集合を  $A$ 、9 の倍数の集合を  $B$  とおく。

- (1)  $A$ ,  $B$  の要素の個数を求めなさい。  
 (2)  $A \cap B$  の要素のうち、最小のものと最大のものを求めなさい。  
 (3)  $U$  の要素が 1 つずつ書かれた玉の入った袋から玉を 2 個取り出す。このとき、2 個の玉に書かれている数がいずれも 14 で割ると 3 余り、かつ 9 で割り切れない場合の確率を求めなさい。

$$(1) A = \{14 \cdot 7 + 3, 14 \cdot 8 + 3, \dots, 14 \cdot 71 + 3\} \quad \therefore n(A) = 71 - 7 + 1 = 65 //$$

$$B = \{9 \cdot 12, 9 \cdot 13, \dots, 9 \cdot 111\} \quad \therefore n(B) = 111 - 12 + 1 = 100 //$$

(2)  $A$  の要素を  $14k+3$ 、 $B$  の要素を  $9l$  ( $k, l$  は整数) と表すと。

$A \cap B$  の要素について、 $14k+3 = 9l \dots \textcircled{1}$  が成り立つ

また、 $14 \cdot 3 + 3 = 9 \cdot 5 \dots \textcircled{2}$  が成り立つので

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$  より、 $14(k-3) = 9(l-5)$   $9$  と  $14$  は互いに素なので、

$$l-5 = 14m \text{ と表せる。} \quad \therefore 9l = 9 \cdot (14m+5) = 126m+45$$

$\therefore$  最小のものは、171、最大のものは 927 //

(3) 玉は全部で  $999 - 100 + 1 = 900$  個ある。

14 で割ると 3 余り、かつ 9 で割り切れないものは (1), (2) より

$$n(A) - n(A \cap B) = 65 - 7 = 58 \text{ 個。}$$

$$\therefore \frac{{}^{58}C_2}{{}^{900}C_2} = \frac{58 \cdot 57}{900 \cdot 899} = \frac{19}{4650} //$$

(注) 分子分母 29 で割れる (約分できず)