

2016年B方式(前期)第4問

4 空間において、3点A(1, 1, 2), B(-1, -1, 0), C(0, -1, -1)を定める。点Pが2点A, Bを通る直線上の点であれば、実数 t を用いて、

$$\vec{CP} = (1-t)\vec{CA} + t\vec{CB}$$

と表される。このとき、点Pが \vec{CP} の長さを最小にするとき、 t の値、点Pの座標について、

$$t = \boxed{\overset{1}{二}}, \quad P(-\boxed{\overset{1}{ヌ}}, -\boxed{\overset{1}{ネ}}, \boxed{\overset{0}{ノ}})$$

である。

$$\vec{CA} = (1, 2, 3), \quad \vec{CB} = (-1, 0, 1) \text{ より,}$$

$$|\vec{CA}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}, \quad |\vec{CB}| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 = 2$$

したがって、

$$|\vec{CP}|^2 = (1-t)^2 |\vec{CA}|^2 + 2t(1-t) \vec{CA} \cdot \vec{CB} + t^2 |\vec{CB}|^2$$

$$= 14(1-t)^2 + 4t(1-t) + 2t^2$$

$$= 12t^2 - 24t + 14$$

$$= 12(t^2 - 2t) + 14$$

$$= 12(t-1)^2 + 2$$

$\therefore |\vec{CP}|$ を最小にするときは、 $t=1$ //

このとき、 $\vec{CP} = \vec{CB} = (-1, 0, 1)$

$$\begin{aligned} \therefore \text{原点を } O \text{ とすると, } \vec{OP} &= \vec{CP} - \vec{CO} \\ &= \vec{CP} + \vec{OC} \\ &= (-1, 0, 1) + (0, -1, -1) \\ &= \underline{\underline{(-1, -1, 0)}} // \end{aligned}$$