0002138451687999

東邦大学

2015年 医学部 第14問

数理 石井K

$\boxed{14}$ 定積分 $\displaystyle\int_{-2}^{2}\frac{x^2\cdot 2^{-x}}{2^x+2^{-x}}\,dx$ の値は，$\dfrac{\boxed{セ}\ 8}{\boxed{ソ}\ 3}$ である．

$$I=\int_{-2}^{2}\frac{x^2\cdot 2^{-x}}{2^x+2^{-x}}\,dx\ ,\quad J=\int_{-2}^{2}\frac{x^2\cdot 2^{x}}{2^x+2^{-x}}\,dx$$ とおくと、

$$\begin{aligned}I+J&=\int_{-2}^{2}\frac{x^2(2^{-x}+2^x)}{2^x+2^{-x}}\,dx\\&=\int_{-2}^{2}x^2\,dx\\&=\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{2}\\&=\frac{16}{3}\quad\cdots①\end{aligned}$$

また，$t=-x$ と置換積分する　$dt=-dx$，
$$\begin{array}{c||c}x & -2\to 2\\ \hline t & 2\to -2\end{array}$$

$$\begin{aligned}I&=\int_{2}^{-2}\frac{(-t)^2\cdot 2^t}{2^{-t}+2^t}\cdot(-dt)\\&=\int_{-2}^{2}\frac{t^2\cdot 2^t}{2^t+2^{-t}}\,dt\\&=J\quad\cdots②\end{aligned}$$

①，② より　$2I=\dfrac{16}{3}$

$$\therefore\ \underline{I=\frac{8}{3}}\ //$$