

山形大学

2012年 医学部 第2問

2 数列 $\{a_n\}$ が条件

$$a_1 = -\frac{1}{4}, \quad a_{n+1} = a_n^2 - \frac{1}{4} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定められている。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 不等式 $-\frac{1}{4} \leq a_n < 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。
- (2) 不等式 $a_{2n-1} < a_{2n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。
- (3) 不等式 $a_{2n} > a_{2n+2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。
- (4) 不等式

$$0 < a_{2n} - a_{2n-1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2(n+1)} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つことを示せ。