山形大学

2016年 理学部（数理） 第4問

$\boxed{4}$ n を自然数とし，$t>0$ とする．曲線 $y=x^n e^{-nx}$ と x 軸および2直線 $x=t$，$x=2t$ で囲まれた図形の面積を $S_n(t)$ とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 関数 $f(x)=xe^{-x}$ の極値を求めよ．

(2) $S_1(t)$ を t を用いて表せ．

(3) 関数 $S_1(t)$ $(t>0)$ の最大値を求めよ．

(4) $\dfrac{d}{dt}S_n(t)$ を求めよ．

(5) 関数 $S_n(t)$ $(t>0)$ が最大値をとるときの t の値 t_n と極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} t_n$ を求めよ．