

山形大学

2013年 医学部 第1問

1 面積が1である $\triangle ABC$ の辺 BC 上に点 D があり, 辺 CA 上に点 E があり, 辺 AB 上に点 F がある. 正の実数 x, y, z, w を $AF : FB = x : y$, $BD : DC = y : z$, $CE : EA = z : w$ となるように定める. 線分 AD , BE , CF が $\triangle ABC$ の内部の点 G で交わるとき, 次の問に答えよ.

- (1) 三角形の面積の比を用いて, $\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{z} \cdot \frac{z}{w} = 1$ となることを示せ.
- (2) $\triangle AFE$ の面積を x, y, z を用いて表せ.
- (3) $\alpha = \frac{x}{y}$, $\beta = \frac{y}{z}$ とする. このとき, $\triangle DEF$ の面積を α, β を用いて表せ.
- (4) $\triangle DEF$ の面積が最大となるのは, 点 D, E, F が各辺の中点となることを示せ.