

2016年B方式(前期)第5問

5 次の2つの放物線

$$y = x^2 + 2x - 4, \quad y = -x^2 + 2x + 2$$

を考える.

(1) 2つの放物線の交点における x 座標は, $\pm\sqrt{\frac{\text{ハ}}{\text{ヘ}}}$ である.(2) 2つの放物線で囲まれた図形の面積は, $\frac{\text{ヒ}}{\text{ヘ}} \sqrt{\frac{\text{フ}}{\text{ヘ}}}$ である.(1) 方程式 $x^2 + 2x - 4 - (-x^2 + 2x + 2) = 0$ を解く.

$$2x^2 - 6 = 0 \quad \therefore x^2 = 3 \quad \therefore x = \pm\sqrt{3}$$

(2) 右の図より,

$$S = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (-x^2 + 2x + 2) - (x^2 + 2x - 4) dx$$

$$= \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} -2x^2 + 6 dx$$

$$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + 6x \right]_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}$$

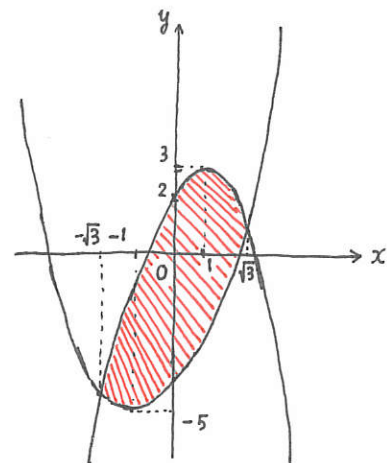
$$= -\frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - \left(\frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \right)$$

$$= -4\sqrt{3} + 12\sqrt{3}$$

$$= 8\sqrt{3}$$

↑

あえて、泥くさく解いたらこうなる.



ポイント

積分計算は、 $\frac{1}{6}$ 公式が使えれば、
もっとラクに計算できる。

$-2x^2 + 6$ が偶関数であるから

$$S = 2 \int_0^{\sqrt{3}} -2x^2 + 6 dx = 4 \int_0^{\sqrt{3}} -x^2 + 3 dx$$

としても 少々ラクになる。