

2013年 政治経済学部 第2問

2 次の各問に答えよ。(2)は空欄にあてはまる数または式を記入せよ。

(1) 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

で与えられている。このとき、和 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ を求めよ。また、 S_n は

$$S_n - S_{n-1} = (1 - 2S_{n-1})(1 - 2S_n) \quad (n=2, 3, \dots)$$

を満たすことを示せ。

(2) 数列 $\{b_n\}$ の和 $T_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ が

$$(*) \quad T_n - T_{n-1} = (1 - 2T_{n-1})(1 - 2T_n) \quad (n=2, 3, \dots)$$

を満たしている。もし、 $T_1 = \frac{1}{2}$ ならば、(*)で $n=2$ ととれば、 $T_2 = T_1 = \frac{1}{2}$ となる。同様に、(*)

で $n=3, 4, \dots$ ととれば、 $T_n = \frac{1}{2}$ ($n=3, 4, \dots$) となる。

いま、 $T_n \neq \frac{1}{2}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) とする。このとき、 $U_n = 1 - 2T_n$ とおくと、 U_n は漸化式

を満たす。よって、 $\frac{1}{U_1} = c$ ($\neq 0$) とおけば、 U_n は n と c を用いて、 $U_n =$ と表せる。これよ

り、 $b_1 =$, $b_n =$ が得られ、 b_n が(1)の a_n と一致するのは $c =$ のときである。