



2010年教育第3問

3 座標平面上で、 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$  を、それぞれ、中心が  $(0, 0)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(5, 0)$ 、半径が  $2$ 、 $1$ 、 $1$  である円周とする。点  $P$  は点  $(2, 0)$  を出発点とし、円周  $C_1$  上を反時計回りに等速で  $2a$  秒で一周する。点  $Q$  は点  $(4, 0)$  を出発点とし、先ず円周  $C_2$  上を反時計回りに等速で  $a$  秒で一周し、続いて円周  $C_3$  上を時計回りに等速で  $a$  秒で一周する。

点  $P$ 、 $Q$  が同時に出発するとき、線分  $PQ$  の長さの最大値と最小値を求めよ。ただし、 $a$  は正の定数である。