

2012年 基幹理工・創造理工・先進理工 第2問

2 初項を $a_0 \geq 0$ とし、以下の漸化式で定まる数列 $\{a_n\}_{n=0,1,\dots}$ を考える.

$$a_{n+1} = a_n - \lfloor \sqrt{a_n} \rfloor \quad (n \geq 0)$$

ただし、 $\lfloor x \rfloor$ は x を超えない最大の整数を表す. つぎの問に答えよ.

- (1) $a_0 = 24$ とする. このとき、 $a_n = 0$ となる最小の n を求めよ.
- (2) m を 2 以上の整数とし、 $a_0 = m^2$ とする. このとき、 $1 \leq j \leq m$ をみたす j に対して a_{2j-1} , a_{2j} を j と m で表せ.
- (3) m を 2 以上の整数、 p を $1 \leq p \leq m-1$ をみたす整数とし、 $a_0 = m^2 - p$ とする. このとき $a_k = (m-p)^2$ となる k を求めよ. さらに、 $a_n = 0$ となる最小の n を求めよ.