



2015年 理工学部 第2問

2  $\triangle OAB$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\angle AOB = \theta$  ( $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ )とする。さらに、辺  $OA$  を  $t:(1-t)$  に内分する点を  $P$ 、辺  $OB$  を  $(1-t):t$  に内分する点を  $Q$  とする。ただし、 $0 < t < 1$  である。

- (1) ベクトル  $\overrightarrow{OP}$  と  $\overrightarrow{OQ}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $t$  を用いて表せ。
- (2)  $\triangle OPQ$  の面積を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $t$ 、 $\theta$  を用いて表せ。
- (3)  $\triangle OPQ$  の面積が  $\triangle OAB$  の面積の  $\frac{1}{5}$  となる  $t$  の値を求めよ。
- (4)  $0 < \vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) < |\vec{a} + \vec{b}|^2$  が成り立つことを示せ。
- (5) 線分  $PQ$  の長さが最小となる  $t$  の値を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  を用いて表せ。